

УДК 621.777.4

Огородников В. А.
Грушко А. В.
Деревенько И. А.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ ДАВЛЕНИЕМ НА ОСНОВЕ ГИПОТЕЗЫ О СИЛОВОМ И КИНЕМАТИЧЕСКОМ ПОДОБИИ ПАРАМЕТРОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Информация о напряженно-деформированном состоянии металла заготовок в процессах обработки давлением необходима как для оценки деформирующих усилий, так и для расчета предельного формоизменения, т. е. для определения использованного ресурса пластичности заготовок и предотвращения брака от разрушения металла.

Метод конечных элементов (МКЭ), экспериментально – расчетные методы, методы R -функций и другие методы решения краевых задач механики позволяют получить поля тензоров напряжений и деформаций в процессах обработки давлением, однако во многих случаях область трудоемких экспериментально – расчетных методов не ограничивается расчетами для тех образцов, для которых получена экспериментальная информация. Использование ряда гипотез, нашедших практическое подтверждение, открывает возможности их применения для моделирования процессов. В ряде работ [1–4] показано, что при соответствующем выборе граничных условий и прочих равных условиях (обжатие, геометрия инструмента, число переходов и др.) деформированное состояние оказывается близким даже для тел, относящихся к различному реологическому классу (в дальнейшем гипотезу об идентичности деформированного состояния модельного и натурального образцов будем называть гипотезой о кинематическом подобии).

Принимая кинематику модельного образца идентичной кинематике натуральных образцов из других материалов, можно перейти к напряженному состоянию и оценке деформируемости заготовок используя кривые течения, диаграммы пластичности и другие характеристики материала натурального образца. Однако при реализации такого подхода возникают проблемы, связанные с определением дополнительных условий. Для модельного образца они известны (например, усилие деформирования), а для натурального образца эти условия неизвестны.

Определение энергосиловых параметров процессов обработки давлением также является важнейшей задачей. И хотя имеется множество методов расчета деформирующих усилий, в основе которых лежат аналитические решения, инженерные методы, методы линий скольжения, методы верхней оценки, все эти решения, как правило, базируются на допущениях об идеально пластичном материале, приближенного условия пластичности, различных гипотез, (например, Хаара – Кармана и др.). При исследовании процессов обработки давлением экспериментально-расчетными методами, методами конечных элементов, и другими методами проведения прямых экспериментов, полученные результаты, как правило, не содержат в явном виде механические характеристики.

Иначе говоря, результаты будут справедливы лишь для материала, на котором проводилось исследование. Переход на материал с другими механическими характеристиками, требует проведения повторных экспериментов, что затрудняет и удорожает моделирование.

Целью работы является создание модели расчета силовых и деформационных параметров процессов обработки металлов давлением для материалов любой реологии (модельные материалы) на основе деформационных и силовых характеристик для материалов с известной реологией (натуральные материалы).

Рассмотрим вначале способ моделирования напряженно-деформированного состояния в процессах объемного формоизменения на основании гипотезы о подобии путей деформирования. Эта гипотеза базируется на гипотезе о независимости кинематики деформирования от свойств материала.

Анализ экспериментов, приведенных в работе [1], показывает, что для некоторых процессов обработки давлением: выдавливание прутков, осадка дисков, поперечное выдавливание и др. в опасных зонах, где вероятно разрушение металла, пути деформирования частиц материала в координатах $\eta = \eta(e_i)$ для материалов с различными механическими свойствами практически совпадают. Функция $\eta = \eta(e_i)$, где $\eta = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_i}$ – отношение суммы главных напряжений к их интенсивности; e_i – накопленная интенсивность деформаций. Это предположение об идентичности путей деформирования будем называть гипотезой о подобии путей деформирования – близость путей деформирования модельного и натурального образца. Для условий одноосного растяжения, сжатия, кручения, а так же для любых простых видов нагружения гипотеза выполняется точно. В сочетании с гипотезой о кинематическом подобии полей интенсивности деформаций она приводит к утверждению о подобии показателя η , что можно использовать как дополнительное интегральное условие, необходимое при определении напряженного состояния натурального образца.

Алгоритм экспериментально – расчетного моделирования напряженно – деформированного состояния заключается в следующем: девиаторы напряжений натурального образца определяют по кинематике модельного образца и кривой течения $\sigma_i = f(e_i)$ материала натурального образца. Далее находят гидростатическое давление тензора напряжений $\sigma_0(p)$, зависящее от точки p – сечения образца, так, чтобы напряжения в натуральном образце удовлетворяли уравнениям равновесия, а поле показателя η было близко к полю модельного образца.

Для этого вначале определяют гидростатическое давление σ_0 по методикам, изложенным в работах [1–2, 5–7] наложив произвольно дополнительное условие $\sigma_0(p^*) = 0$, где p^* любая точка в расчетной области. Полученное гидростатическое поле обозначим через σ_0^* , оно отличается от истинного на постоянную $\Delta\sigma$:

$$\sigma_0 = \sigma_0^* + \Delta\sigma. \quad (1)$$

Константу $\Delta\sigma$ в формуле (1) находят из условия близости полей показателя η модельных и натуральных образцов, т. е. из условия минимума функционала:

$$\iint_{\Omega} \rho (\eta_m - 3\sigma_0 / \sigma_i)^2 d\Omega \rightarrow \min, \quad (2)$$

где $\eta_m(p)$ – показатель модельного образца, рассчитанный по методикам [1–2, 5–7], $\rho(p) \geq 0$ – некоторая весовая функция, позволяющая учитывать различную точность гипотезы о подобии путей деформирования в разных областях Ω .

В результате сопоставления численных и натуральных экспериментов установлено, что расчетные поля η модельного и натурального образцов для ряда процессов близки в зонах развитых пластических деформаций и могут расходиться в жестких зонах, поэтому необходимо ρ принимать пропорциональным интенсивности скоростей деформаций, что исключит влияние жестких зон.

Подставив соотношение (1) в соотношение (3) и минимизируя полученный функционал по $\Delta\sigma$, находят:

$$\Delta\sigma = \frac{\iint_{\Omega} \frac{\rho}{\sigma_i^2} \left(\frac{1}{3} \sigma_i \eta_m - \sigma_0^* \right) d\Omega}{\iint_{\Omega} \frac{\rho}{\sigma_i} d\Omega}. \quad (3)$$

Следовательно, формулы (1), (3), полученные на основе гипотезы о подобии путей деформирования, дают дополнительное условие, необходимое для расчета напряжений в натуральных образцах по методикам [1–2, 5–7].

Предложенную методику можно упростить, если принять что гипотезы о подобии деформированного состояния и путей деформирования натурального и модельного образцов выполняются точно.

Будем считать известными поля напряжений и деформаций модельного материала и кривые течения модельного и натурального материала. Нагружение полагаем близким к простому, без разгрузок и смены знака.

Воспользуемся соотношениями деформационной теории пластичности:

$$\sigma_{jj} - \sigma_0 = \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{e_i} e_{jj}; \quad (4)$$

$$\tau_{jk} = \frac{1}{3} \frac{\sigma_i}{e_i} \gamma_{jk}, \quad (5)$$

где σ_i, e_i – интенсивность напряжений и накопленных деформаций;

σ_0 – гидростатическое давление;

σ_{jj} – компоненты тензора напряжений – нормальные напряжения;

τ_{jk} – компоненты тензора напряжений – касательные напряжения;

e_{jj}, γ_{jk} – компоненты тензора деформаций.

В дальнейшем, все параметры, характеризующие натуральный материал, обозначим верхним штрихом. Параметры модельного материала будут обозначены без штриховки.

Пусть кривая течения материала аппроксимируется функцией по П. Людвигу:

$$\sigma_i = A e_i^n, \quad (6)$$

где A, n – эмпирические коэффициенты, получаемые путем статистической обработки данных испытаний образцов материала в различных условиях.

Тогда:

$$\sigma_{jj} - \sigma_0 = \frac{2}{3} \frac{A e_i^n}{e_i} e_{jj} = \frac{2}{3} A e_i^{n-1} e_{jj}. \quad (7)$$

Деформированное состояние слабо зависит от свойств материала, следовательно, примем, что $e_i = e'_i, e_{jj} = e'_{jj}$, тогда для натурального материала:

$$\sigma'_{jj} - \sigma'_0 = \frac{2}{3} A' e_i^{n'-1} e'_{jj} = \frac{2}{3} A' e_i^{n'-1} e_{jj}. \quad (8)$$

Для нахождения гидростатического давления воспользуемся гипотезой о слабой зависимости показателей напряженного состояния от свойств материала. Примем, что данное соотношение выполняется точно $\eta = \eta'$, тогда:

$$\eta = \frac{3\sigma_0}{\sigma_i} = \frac{3\sigma'_0}{\sigma'_i}.$$

Гидростатическое давление для натурального материала:

$$\sigma'_0 = \sigma_0 \frac{\sigma'_i}{\sigma_i} = \sigma_0 \frac{A'}{A} e_i^{n'-n} = \sigma_0 A' A^{\left(\frac{-n'}{n}\right)} \sigma_i^{\left(\frac{n'-1}{n}\right)}. \quad (9)$$

С учетом (8) и (9), компоненты тензора напряжений для натурального материала:

$$\sigma'_{jk} = \sigma_{jk} \frac{A'}{A} e_i^{n'-n} = \sigma_{jk} A' A^{\left(\frac{n'}{n}\right)} \sigma_i^{\left(\frac{n'-1}{n}\right)}; \quad (10)$$

$$\tau'_{jk} = \tau_{jk} \frac{A'}{A} e_i^{n'-n} = \tau_{jk} A' A^{\left(\frac{n'}{n}\right)} \sigma_i^{\left(\frac{n'-1}{n}\right)}. \quad (11)$$

Таким образом, для расчета полей напряжений натурального материала необходимо знать соответствующее поле напряжений модельного материала, эпюры накопленной интенсивности напряжений и коэффициенты аппроксимации кривой течения обоих материалов.

На основании выражений (9)–(11) можно сформулировать гипотезу о подобии тензоров напряжений в разнопрочняющихся материалах: для двух заготовок, находящихся в одинаковых условиях деформирования и граничных условиях, но из разных материалов, соотношение соответствующих компонент тензора напряжений есть величина постоянная, не зависящая от направления в выбранной точке:

$$\frac{\sigma'_{xx}}{\sigma_{xx}} = \frac{\tau'_{xy}}{\tau_{xy}} = \frac{\sigma'_0}{\sigma_0} = \dots = const. \quad (12)$$

Отметим, что данная гипотеза справедлива, если физические соотношения между напряжениями и деформациями следуют идентичным законам, т.е. кривые течения материалов аппроксимируются функциями одного вида.

Эпюры контактных напряжений модельного σ_K и натурального σ'_K материала также будут подобны, при одинаковых коэффициентах трения и физических законах контактного взаимодействия. Эта гипотеза подтверждается моделированием ряда процессов МКЭ – осадка, вытяжка, изгиб, выдавливание.

Контактные напряжения натурального материала:

$$\sigma'_K = \sigma_K \frac{\sigma'_i}{\sigma_i} \quad (13)$$

с учетом аппроксимирующей функции (6):

$$\sigma'_K = \sigma_K \frac{A'}{A} e_i^{n'-n} \quad (14)$$

Соотношения (9)–(12) можно также получить, исходя из теории течения:

$$\sigma_{jk} - \sigma_0 = \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\dot{\epsilon}_i} \dot{\epsilon}_{jk},$$

приняв, что дифференциалы (приращения) деформаций так же слабо зависят от свойств материала, как и конечное деформированное состояние $de_i = de'_i$, $de_{jk} = de'_{jk}$.

Если аппроксимировать кривую течения иной функцией, то соотношения (9)–(11), как правило, будут включать в себя уже компоненты тензора деформаций.

При наличии полной информации о полях напряжений и деформаций в пластической области модельного материала, нет необходимости привлекать данные о его кривой течения. Необходима лишь кривая течения натурального материала.

Например, пусть кривая течения натурального материала аппроксимируется по Воку [8] при неизвестной кривой течения модельного материала:

$$\sigma_i = a_1 + (a_2 + a_3 e_i)(1 - \exp[-a_4 e_i]),$$

где a_1 , a_2 , a_3 , a_4 – коэффициенты аппроксимации кривой течения.

Тогда, проводя аналогичные рассуждения, имеем:

$$\sigma'_0 = \sigma_0 \frac{a_1 + (a_2 + a_3 e_i)(1 - \exp[-a_4 e_i])}{\sigma_i}; \quad \sigma'_{ij} = \left(\frac{2 e_{ij}}{3 e_i} + \frac{\sigma_0}{\sigma_i} \right) [a_1 + (a_2 + a_3 e_i)(1 - \exp[-a_4 e_i])];$$

$$\tau'_{jk} = \left(\frac{1 \gamma_{jk}}{3 e_i} \right) [a_1 + (a_2 + a_3 e_i)(1 - \exp[-a_4 e_i])].$$

Пусть имеются поля контактных напряжений для двух модельных материалов, тогда, в силу (14) получим выражения:

$$\sigma'_{K1} = \sigma_{K1} \frac{A'}{A_1} e_i^{n'-n_1}; \quad \sigma_{K2} = \sigma_{K1} \frac{A_2}{A_1} e_i^{n_2-n_1},$$

из которых следует, что:

$$\sigma'_K = \sigma_{K1} \frac{A'}{A_1} \left[\frac{\sigma_{K2} A_1}{\sigma_{K1} A_2} \right]^{\frac{n'-n_1}{n_2-n_1}}. \quad (15)$$

Предположим, что данное соотношение справедливо и для средних по контактной поверхности значений контактных давлений, введя, таким образом, гипотезу о силовом подобии:

$$\bar{\sigma}'_K = \bar{\sigma}_{K1} \frac{A'}{A_1} \left[\frac{\bar{\sigma}_{K2} A_1}{\bar{\sigma}_{K1} A_2} \right]^{\frac{n'-n_1}{n_2-n_1}}. \quad (16)$$

Деформирующее усилие может быть выражено через площадь и среднее значение контактных напряжений (полагаем, что направление контактных напряжений совпадает с направлением главной деформирующей силы):

$$P = \int_F \sigma_k df = \bar{\sigma}_k F.$$

Поскольку геометрии модельной и натурной заготовок одинаковы, то $\frac{\bar{\sigma}_{k2}}{\bar{\sigma}_{k1}} = \frac{P_2}{P_1}$,

$\frac{\bar{\sigma}'_k}{\bar{\sigma}_{k1}} = \frac{P'}{P_1}$. В результате имеем:

$$P' = P_1 \frac{A'}{A_1} \left[\frac{P_2 A_1}{P_1 A_2} \right]^{\frac{n'-n_1}{n_2-n_1}}. \quad (17)$$

Таким образом, для получения деформирующего усилия процесса обработки металлов давлением для произвольного материала, достаточно взять два модельных материала с известными кривыми течения и разными показателями упрочнения, измерить усилия на этих материалах (или провести моделирование с использованием, например, МКЭ). Усилие деформации для модельного материала с кривой течения, согласно (6) определяется на основе этих данных по выражению (17).

Проверку предложенного способа расчета усилий выполнили путем моделирования МКЭ процессов растяжения, сжатия цилиндрических образцов, осадки цилиндра перпендикулярно его оси, гибки. Задавались коэффициентами аппроксимации, согласно (6), в пределах $n = 0,05 \dots 0,5$ и $A = 500 \dots 1500$ МПа – большинство материалов, используемых в обработке металлов давлением, соответствуют таким коэффициентам. Ошибка расчета усилия по (17) даже при значительной экстраполяции составляла не более 15 %. Предположительно составляющая ошибки связана с неидентичностью деформируемых состояний образцов из разных материалов и приближенностью выражения (16). При равномерном растяжении или сжатии образца это соотношение выполняется точно. При пластическом кручении ошибка составляет не более 3%. При изгибе, осадке диска – не более 6 %.

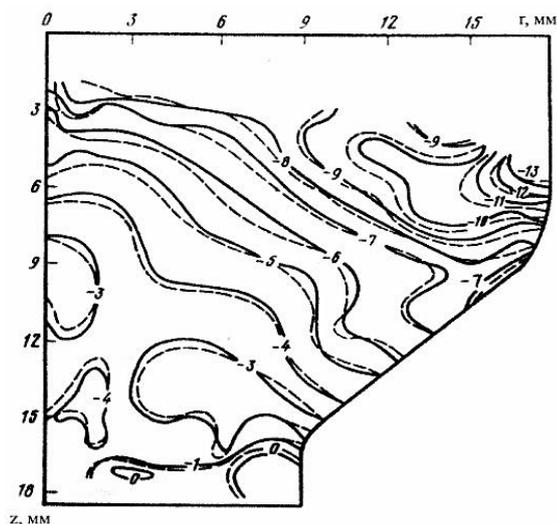


Рис. 1. Показатель напряженного состояния η при прямом выдавливании заготовок из меди М1 (—) и латуни ЛС 59-1(----)

Осесимметричное выдавливание.

Выдавливали прутки из меди, в конической матрице с углом раствора матрицы $2\gamma = 90^\circ$. Выполнены расчеты напряженно-деформированного состояния на стационарной стадии деформирования. При расчете напряжений в качестве интегрального граничного условия принимали нулевое усилие на выходе из матрицы. Затем на основе гипотезы о кинематическом подобии рассчитывали напряжения для геометрически идентичного образца из латуни ЛС59-1 при том же граничном условии. На рис. 1. показаны полученные результаты.

Из рис. 1 видно хорошее совпадение полей показателя η для данных образцов. Следовательно и подобны пути деформирования исследуемых материалов, что подтверждает гипотезу о подобии путей деформирования для данного процесса при условии справедливости гипотезы о кинематическом подобии.

На рис. 2 показан путь деформирования частиц материала, принадлежащих оси симметрии выдавливаемой заготовки в координатах $e_u = e_u(\eta)$. Там же приведены диаграммы пластичности $e_p = e_p(\eta)$, где e_p – накопленная интенсивность деформаций к моменту разрушения. Расчет ресурса пластичности с учетом истории деформирования по критерию деформируемости [1].

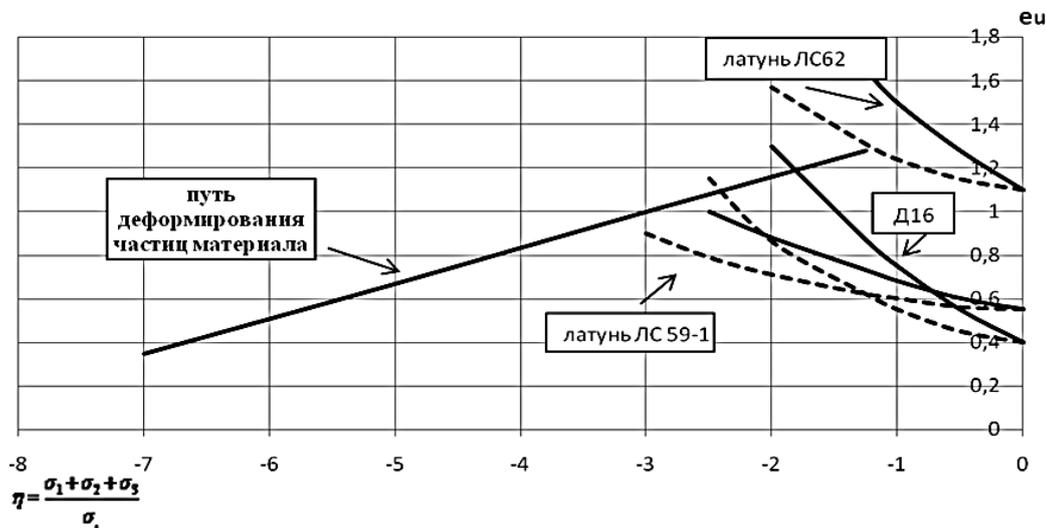


Рис. 2. Путь деформирования частиц материала заготовки из модельного материала (меди) вдоль оси симметрии матрицы с углом раствора $2\gamma = 90^\circ$ в координатах $e_u = e_u(\eta)$.

Выдавливание полостей.

Проведен также анализ процесса выдавливания полостей в заготовках матриц, основанного на использовании полезных сил трения [1, 5]. Эксперименты выполнены на образцах из свинца, расчеты проведены для стали Р6М5, поля напряжений для модельных и натуральных образцов и приведены на рис. 3. Сопоставление распределения интенсивности напряжений, полученного моделированием процесса на заготовках из свинца с применением рассмотренного алгоритма с распределением интенсивности напряжений, полученного методом твердости по методике [6] показало удовлетворительное совпадение.

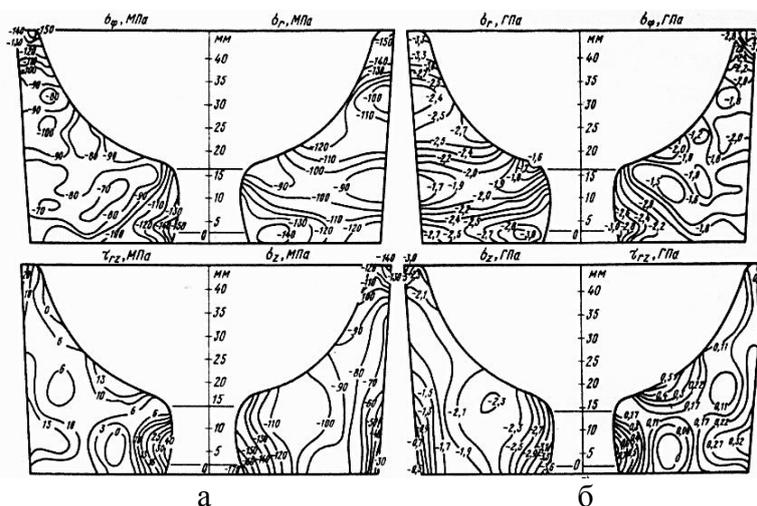


Рис. 3. Компоненты тензора напряжений заготовок:
а – из свинца (модельный материал); б – из стали Р6М5 (натурный материал)

Также удовлетворительным оказалось соответствие усилия деформирования, полученное моделированием, величине полученной экспериментально, что подтверждает применимость гипотезы о подобии путей деформирования для исследуемых процессов.

ВЫВОДЫ

Разработана методика моделирования напряженного состояния, основанная на гипотезах о кинематическом подобии и подобии путей деформирования, которая позволяет расширить возможности моделирования напряженно-деформированного состояния на базе экспериментально-расчетных методов для случаев, когда задание дополнительных условий затруднено. Проведена экспериментальная проверка указанной гипотезы для процессов выдавливания.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением / В. А. Огородников. – К. : Вища шк., 1983. – 175 с.
2. Огородников В. А. Выдавливание инструментальных сталей / В. А. Огородников, В. А. Рвачев, О. Л. Гайдамак // Кузнечно-штамповочное производство. – 1987. – № 8. – С. 8–11.
3. Теорияковки и штамповки : учебное пособие для студентов машиностроительных и металлургических специальностей вузов / Е. П. Унксов, У. Джонсон, В. А. Огородников и др.; под общ. ред. Е. П. Унксова, А. Г. Овчинникова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1992. – 720 с. : ил.
4. Евстратов В. А. Теория обработки металлов давлением / В. А. Евстратов. – Харьков : Вища школа, Изд-во при Харьк. ун-те, 1981. – 248 с.
5. Гайдамак О. Л. Формообразование матриц сложного профиля методом выдавливания с полезным действием сил трения / О. Л. Гайдамак, В. А. Огородников, В. Д. Покрас // Изв. ВУЗов. Черная металлургия. – 1987. – № 9. – С. 55–59.
6. Дель Г. Д. Определение напряжений в пластической области по распределению твердости / Г. Д. Дель. – М. : Машиностроение, 1971 г. – 199 с.
7. Рвачев М. А. Анализ экспериментов по визиопластичности с помощью метода R-функций / М. А. Рвачев, В. Д. Покрас. – Деп. в УкрНИИНТИ, 18. 12.87, № 3194 Ук. 87. – 22 с.
8. Voce E. The relationship between stress and strain for homogeneous deformation / E. Voce // J. Int. Metals. – 1948. – № 74. – P. 537–562.

Огородников В. А. – д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой ВНТУ;
Грушко А. В. – канд. техн. наук, доц. ВНТУ;
Деревенько И. А. – ассистент ВНАУ.

ВНТУ – Винницкий национальный технический университет, г. Винница.

ВНАУ – Винницкий национальный аграрный университет, г. Винница.

E-mail: vaogorodnikov@ukr.net; grushko@svitonline.com; ohnevo@i.ua

Статья поступила в редакцию 15.10.2012 г.